

测试一

一、填空（每空 2 分）

设 $A=\{1,2\}$, 则

- 1) $A \oplus A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 2) A 上可以定义 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个二元关系, 其中有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个自反的关系, $\underline{\hspace{2cm}}$ 个反自反的关系, $\underline{\hspace{2cm}}$ 个对称的关系, $\underline{\hspace{2cm}}$ 个反对称的关系, $\underline{\hspace{2cm}}$ 个等价关系, $\underline{\hspace{2cm}}$ 个偏序关系。
- 3) A^A 中有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个函数, 其中有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个是满射的, $\underline{\hspace{2cm}}$ 个是单射的, $\underline{\hspace{2cm}}$ 个是双射的。

二、判断题（每小题 2 分）

- 1) 设 A, B 为集合, $A \cap B = B$ 的充要条件是 A 为全集。
- 2) $A = \{\phi, \{\phi\}\}$, 则 $P(A) - A = \{\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}\}$ 。
- 3) 非空集合 A 上存在二元关系 R , 使得 R 既是 A 上的等价关系, 又是 A 上的偏序关系。
- 4) 若 $\langle 2x+y, 6 \rangle = \langle 5, x+y \rangle$, 则 $x=-1, y=7$ 。
- 5) $\{\phi\} \subseteq \{x\} - \{\{x\}\}$ 。
- 6) 若 $A \times B = A \times C$ 则 $B=C$ 。
- 7) R 是 A 上的关系, 则 $R=R^2$ 的充要条件是 $R=I_A$ 。
- 8) 函数 $f:A \rightarrow B$ 是单射的, 则 $f^{-1}:A \rightarrow B$ 也是单射的。

三、设 A, B, C 为集合, 已知 $A \cup B = A \cup C$ 且 $A - B = A - C$, 问是否一定有 $B=C$? 为什么?

四、设 $R = \{\langle x, y \rangle | x, y \in \mathbb{N} \wedge x+3y=12\}$, 求 R^2 。

五、设 A 为一集合, $R \subseteq A \times A$, 已知 $R^7 = R^{15}$, 试化简表达式 R^{2006} 。

六、设 R 是集合 A ($A \neq \phi$) 上的偏序关系, $B \subseteq A$ 且 $B \neq \phi$, 令 $R_1 = R \cap (B \times B)$, 证明 R_1 是 B 上的偏序关系。

七、设 $f, g \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$, $\mathbb{N}$ 为自然数集, 且

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x=0,1 \\ 0 & x=2 \\ x & x \geq 3 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x/2 & x \text{ 为偶数} \\ 3 & x \text{ 为奇数} \end{cases}$$

- a) 求 $f \circ g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, 说明该函数是否为单射, 满射、双射;
- b) 令 $A = \{0,1,2\}$, $B = \{0,1,4\}$, 求 $f \circ g(A)$ 和 $(f \circ g)^{-1}(B)$ 。

八、设 $A = \{x | x \text{ 为 } 54 \text{ 的因子}\}$, $R \subseteq A \times A$, 且 $\forall x, y \in A, xRy \Leftrightarrow x \text{ 整除 } y$,

- 1) 画出偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图;
- 2) 取 A 的子集 $B = \{2,3,9\}$, 求出 B 的最小元, 极大元和最小上界。